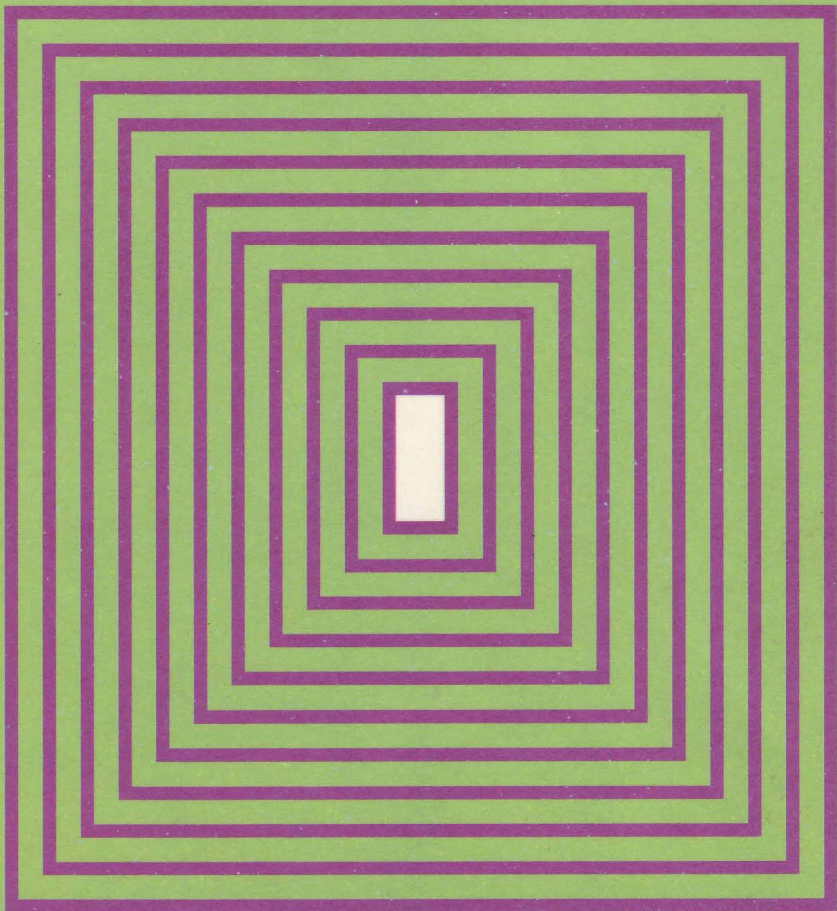


ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ

Δ. ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥΔΗΣ, Ν. ΚΟΥΡΗΣ, Μ. ΛΑΜΠΙΡΗΣ, Δ. ΠΑΛΑΜΟΥΡΔΑΣ



ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΚΩΣΤΑΚΗ

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

1.1. Καρτεσιανό Γινόμενο.....	15
1.2. Διατάξεις.....	18
1.3. Συνδυασμοί.....	20
1.4. Διώνυμο του Newton.....	24
1.5. Παραδείγματα.....	24
1.6. Ασκήσεις.....	37

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΤΥΧΑΙΑ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ

2.1. Έννοια του τυχαίου ενδεχομένου.....	35
2.2. Αξιωματικός ορισμός πιθανότητας ενός ενδεχομένου.....	40
2.3. Κλασικός ορισμός πιθανότητας.....	43
2.4. Η συνδυαστική μέθοδος υπολογισμού πιθανοτήτων.....	44
2.5. Γεωμετρική πιθανότητα.....	46
2.6. Στατιστικός ορισμός πιθανότητας.....	52
2.7. Εξαρτώμενα ενδεχόμενα.....	53
2.8. Θεώρημα ολικών πιθανοτήτων.....	56
2.9. Τύπος του Bayes.....	58

2.10. Παραδείγματα.....	60
2.11. Ασκήσεις.....	71

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

3.1. Τυχαίες μεταβλητές.....	77
3.2. Συναρτήσεις κατανομής και συναρτήσεις πυκνότητας.....	78
3.3. Χαρακτηριστικές θέσεως.....	85
3.4. Χαρακτηριστικές διασποράς.....	89
3.5. Συναρτήσεις τυχαίας μεταβλητής.....	94
3.6. Διωνυμική και Bernoulli τυχαίες μεταβλητές.....	97
3.7. Υπεργεωμετρική τυχαία μεταβλητή.....	102
3.8. Poisson τυχαία μεταβλητή.....	103
3.9. Ομαλή και εκθετική τυχαίες μεταβλητές.....	107
3.10. Κανονική τυχαία μεταβλητή.....	110
3.11. Παραδείγματα.....	115
3.12. Ασκήσεις.....	129

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΟΡΙΟ ΚΑΙ ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

4.1. Γενικές Έννοιες.....	135
4.2. Ακολουθίες σημείων.....	142
4.3. Η έννοια της συνάρτησης πολλών μεταβλητών.....	143
4.4. Όριο μιας Συνάρτησης.....	146
4.5. Συνέχεια Συναρτήσεων.....	150
4.6. Παραδείγματα.....	152
4.7. Ασκήσεις.....	163

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΠΑΡΑΓΩΓΙΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

5.1. Μερική και Ολική Διαφορά.....	171
5.2. Μερικές Παράγωγοι.....	173

5.3. Γεωμετρική Ερμηνεία της Γεωμετρικής Παραγώγου.....	175
5.4. Ολικό Διαφορικό.....	177
5.4.1. Ορισμοί. Θεωρήματα.....	179
5.5. Ομογενείς Συναρτήσεις.....	179
5.6. Εφαπτόμενο Επίπεδο και Κάθετες ευθείες σε επιφάνειες.....	181
5.6.1. Ορισμοί.....	181
5.6.2. Γεωμετρική Ερμηνεία του Ολικού διαφορικού.....	185
5.7. Παραδείγματα.....	186
5.8 Ασκήσεις.....	203

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΜΕΡΙΚΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ

6.1. Θεώρημα Taylor.....	213
6.1.1. Θεώρημα Μέσης Τιμής για την $z=f(x,y)$	213
6.1.2. Θεώρημα Taylor για την $z=f(x,y)$	214
6.2. Πεπλεγμένες Συναρτήσεις.....	217
6.2.1. Μια εξίσωση.....	217
6.2.2. Δύο εξισώσεις.....	221
6.2.3. Τρεις εξισώσεις.....	224
6.2.4. Ιακωβιανή.....	227
6.3. Συναρτησιακή Εξάρτηση.....	229
6.4. Ακρότατα Συναρτήσεως.....	233
6.4.1. Τοπικά Ακρότατα.....	233
6.4.2. Τοπικά Δεσμευμένα Ακρότατα.....	243
6.4.3. Απόλυτα Ακρότατα.....	250
6.5. Παραδείγματα.....	253
6.6. Ασκήσεις.....	305

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΔΙΠΛΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ

7.1. Διπλό Ολοκλήρωμα.....	317
7.2. Συνθήκες ολοκληρωσιμότητας. (Ικανές).....	320
7.3. Ιδιότητες του διπλού ολοκληρώματος.....	322
7.4. Υπολογισμός των διπλών ολοκληρωμάτων.....	324

7.4.1. Περίπτωση ορθογωνίου.....	324
7.4.2. Παραδείγματα.....	326
7.4.3. Περίπτωση μιας αυθαίρετης περιοχής.....	330
7.4.4. Παραδείγματα.....	332
7.5. Αλλαγή των μεταβλητών στο διπλό ολοκλήρωμα.....	343
7.5.1. Παραδείγματα.....	350
7.6. Γεωμετρικές Εφαρμογές.....	365
7.6.1. Εμβαδόν.....	365
7.6.2. Εμβαδόν Επιφανείας.....	366
7.6.3. Όγκος.....	368
7.6.4. Όγκος εκ περιστροφής (θ. Πάππου).....	369
7.6.5. Μηχανικές Εφαρμογές.....	370
7.7. Παραδείγματα.....	371
7.8. Ασκήσεις.....	401

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΤΡΙΠΛΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ

8.1. Ορισμός του Τριπλού Ολοκληρώματος.....	415
8.2. Ιδιότητες των Τριπλών Ολοκληρωμάτων.....	417
8.3. Ορθογώνιες Συντεταγμένες.....	418
8.4. Αλλαγή των Μεταβλητών στα Τριπλά Ολοκληρώματα.....	432
8.5. Παραδείγματα.....	438
8.6. Εφαρμογές των Τριπλών Ολοκληρωμάτων.....	446
8.7. Παραδείγματα.....	447
8.8. Γενικευμένα Ολοκληρώματα.....	454
8.9. Παραδείγματα.....	455
8.10. Ασκήσεις.....	458

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

9.1. Βαθμωτά Πεδία.....	469
9.1.1. Ιδιότητες Βαθμωτών πεδίων.....	470
9.2. Διανυσματικά Πεδία.....	470

9.2.1. Ιδιότητες Διανυσματικών Πεδίων	470
9.3. Παραδείγματα	471
9.4. Κατευθυνόμενη Παράγωγος και κλίση ενός βαθμωτού πεδίου	479
9.4.1. Κατευθυνόμενη Παράγωγος	479
9.4.2. Κλίση (Gradient)	482
9.4.3. Ιδιότητες της Κλίσης	485
9.4.4. Παραδείγματα	487
9.5. Ασκήσεις	496
9.6. Επικαμπύλια Ολοκληρώματα	502
9.6.1. Επικαμπύλια Ολοκληρώματα 1 ^ο Είδους	502
9.6.2. Ιδιότητες των Επικαμπυλίων Ολοκληρωμάτων 1 ^ο Είδους	502
9.6.3. Υπολογισμός του Επικαμπυλίου Ολοκληρώματος 1 ^ο Είδους ..	505
9.6.4. Φυσική Σημασία του Ολοκληρώματος	506
9.6.5. Παραδείγματα	507
9.6.6. Επικαμπύλια Ολοκληρώματα 2 ^ο Είδους	510
9.6.7. Υπολογισμός του Επικαμπυλίου Ολοκληρώματος 2 ^ο Είδους ..	512
9.6.8. Ιδιότητες των Επικαμπυλίων Ολοκληρωμάτων 2 ^ο Είδους	513
9.6.9. Ολικό Διαφορικό	515
9.6.10. Παραδείγματα	517
9.6.11. Ασκήσεις	523
9.7. Επιφανειακά Ολοκληρώματα	543
9.7.1. Επιφανειακά Ολοκληρώματα Α' Είδους	543
9.7.2. Υπολογισμός του επιφανειακού ολοκληρώματος Α' Είδους	544
9.7.3. Επιφανειακά Ολοκληρώματα Β' Είδους	552
9.7.4. Υπολογισμός του επιφανειακού ολοκληρώματος Β' Είδους	553
9.7.5. Ασκήσεις	574
9.8. Σχέσεις μεταξύ των χαρακτηριστικών των βαθμωτών και διανυσματικών πεδίων	578
9.8.1. Απόκλιση ενός διανυσματικού πεδίου	578
9.8.2. Στροβιλισμός ενός διανυσματικού πεδίου	582
9.8.3. Διαφορικοί Τελεστές 2 ^{ης} τάξης	603
9.8.4. Ασκήσεις	609
9.9. Ειδικά διανυσματικά πεδία	616
9.9.1. Δυναμικά πεδία	616
9.9.2. Σωληνοειδή πεδία	621
9.9.3. Πεδία Laplace ή Αρμονικά Πεδία	623
9.9.4. Ασκήσεις	625

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ

10.1. Εισαγωγή.....	629
10.1.1. Διάφοροι Ορισμοί.....	630
10.1.2. Σχηματισμοί διαφορικών εξισώσεων.....	631
10.1.3. Λύση Διαφορικής Εξίσωσης.....	632
10.1.4. Πρόβλημα Αρχικών Τιμών.....	633
10.1.5. Πρόβλημα Οριακών Τιμών.....	634
10.2. Θεώρημα Ύπαρξης και μοναδικότητας.....	634
10.3. Πεδία Διευθύνσεων.....	636
10.4. Αριθμητικές Λύσεις των Διαφορικών Εξισώσεων.....	636
10.5. Διαδοχικές Προσεγγίσεις.....	638
10.6. Αναλυτική Λύση μιας διαφορικής εξίσωσης πρώτης τάξης και πρώτου βαθμού.....	639
10.6.1. Διαφορικές Εξισώσεις Χωριζομένων Μεταβλητών.....	639
10.6.2. Ομογενείς Διαφορικές Εξισώσεις Πρώτης Τάξης.....	647
10.6.3. Γραμμικές Διαφορικές Εξισώσεις Πρώτης Τάξης.....	654
10.6.4. Διαφορικές Εξισώσεις Bernoulli.....	662
10.6.5. Ακριβείς Διαφορικές Εξισώσεις.....	666
10.6.6. Ολοκληρώνων Παράγοντας.....	672
10.7. Πεπλεγμένες Διαφορικές Εξισώσεις Πρώτης Τάξης.....	679
10.7.1. Εξισώσεις n βαθμού και πρώτης τάξης ως προς y	679
10.7.2. Εξισώσεις της μορφής $f'(y)=0$	680
10.7.3. Εξισώσεις της μορφής $f(x,y')=0$	681
10.7.4. Εξισώσεις της μορφής $F(y,y')=0$	682
10.7.5. Γενική περίπτωση $F(x,y,y')=0$	684
10.7.6. Εξίσωση Lagrange.....	685
10.7.7. Εξίσωση Clairant.....	687
10.8. Ορθογώνιες Τροχιές.....	688
10.9. Εφαρμογές διαφορικών εξισώσεων.....	692
10.9.1. Διάδοση θερμότητας.....	692
10.9.2. Ηλεκτρικά Κυκλώματα.....	695
10.9.3. Μηχανική.....	703
10.10. Ασκήσεις.....	709

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11**ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΑΝΩΤΕΡΑΣ ΤΑΞΕΩΣ**

11.1. Γενικά	719
11.2. Υποβιβασμός τάξεως διαφορικής εξίσωσης.....	720
11.2.1. Εξισώσεις της μορφής $y^{(n)}=f(x)$	720
11.2.2. Εξισώσεις της μορφής $F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)})=0$	722
11.2.3. Εξισώσεις της μορφής $F(y, y', \dots, y^{(n)})=0$	725
11.2.4. Εξισώσεις της μορφής $F(x, y, y', \dots, y^{(n)})=0$	727
11.2.5. Γενικευμένη ομογενής εξίσωση.....	732
11.3. Γραμμική Διαφορική Εξίσωσης τάξεως n	734
11.4. Γραμμικά Εξαρτημένα και Γραμμικά Ανεξάρτητα Συστήματα	736
Συναρτήσεων.....	736
11.5. Γενική Λύση μιας Γραμμικής Ομογενούς Διαφορικής Εξίσωσης ...	742
11.6. Γραμμικές Ομογενείς Διαφορικές Εξισώσεις με σταθερούς συντελεστές.....	746
11.7. Εξισώσεις Euler.....	750
11.8. Μη ομογενείς Γραμμικές Εξισώσεις.....	753
11.9. Ολοκλήρωση Γραμμικών μη Ομογενών Εξισώσεων με Μεταβολή των Σταθερών Συντελεστών.....	756
11.10. Μη ομογενείς Γραμμικές Εξισώσεις με Σταθερούς Συντελεστές..	760
11.10.1. Αρχή της Υπερθέσεως	774
11.11. Μέθοδος των Τελεστών.....	776
11.12. Ασκήσεις.....	804

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12**ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ**

12.1. Συστήματα Γραμμικών Διαφορικών Εξισώσεων.....	813
12.2. Συστήματα Γραμμικών Διαφορικών Εξισώσεων με Σταθερούς Συντελεστές.....	821
12.3. Ειδικές Μέθοδοι Ολοκληρώσιμων Συστημάτων.....	840
12.3.1. Εύρεση Ολοκληρώσιμων Συντελεστών.....	840
12.3.2. Μέθοδος Απαλοιφής	846
12.3.3. Συμμετρική Μορφή Συστήματος Διαφορικών Εξισώσεων.....	858
12.4. Ασκήσεις.....	863