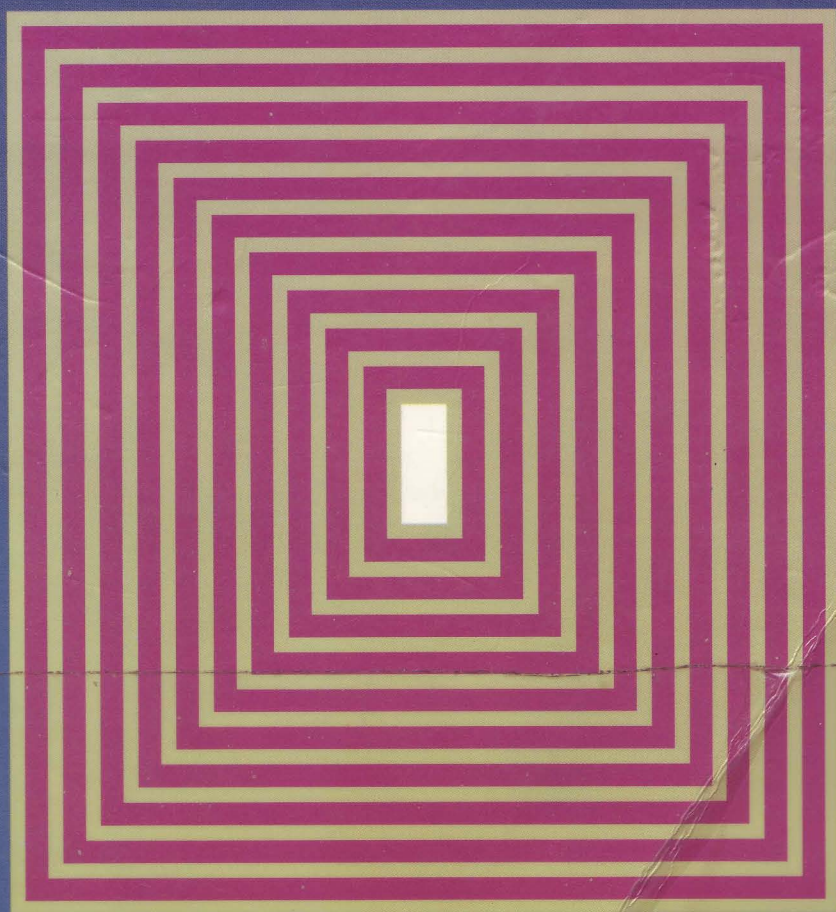


ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

Δ. ΑΝΑΣΤΑΣΑΤΟΣ, Δ. ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥΔΗΣ, Ν. ΚΟΥΡΗΣ
Μ. ΛΑΜΠΙΡΗΣ, Δ. ΠΑΛΑΜΟΥΡΔΑΣ, Κ. ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΥ, Γ. ΝΤΟΥΡΟΣ



ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΚΩΣΤΑΚΗ

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1.1. Βασικές Έννοιες στα Σύνολα	25
1.1.1. Το Σύνολο	25
1.1.2. Πράξεις στα Σύνολα.....	29
1.1.3. Πεπερασμένα και άπειρα Σύνολα	33
1.2. Οι Ακέραιοι.....	35
1.2.1. Μαθηματική Επαγωγή	35
1.2.2. Διαιρετότητα	38
1.3. Ρητοί Αριθμοί.....	41
1.4. Άρρητοι Αριθμοί	43
1.5. Πραγματικοί Αριθμοί.....	44
1.6. Ακέραιο και Δεκαδικό Μέρος Αριθμού.....	45
1.7. Δεκαδικές Προσεγγίσεις	46
1.8. Απόλυτη Τιμή Πραγματικού Αριθμού.....	49
1.9. Η Ευθεία των Πραγματικών Αριθμών	50

1.10. Διαστήματα	52
1.11. Απόλυτα και Σχετικά Σφάλματα	52
1.11.1. Απόλυτο Σφάλμα	52
1.11.2. Σχετικό Σφάλμα	53
1.11.3. Σημαντικά ψηφία	54
1.12. Φραγμένα Σύνολα	55
1.12.1. Η έννοια του φραγμένου συνόλου	55
1.12.2. Η έννοια του σημείου συσσωρεύσεως	58
1.13. Αξιοματική Θεμελίωση των Πραγματικών Αριθμών	62
1.14. Παραδείγματα	65
1.15. Ασκήσεις	71

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

2.1. Πράξεις στο Σύνολο \mathbb{C} των Μιγαδικών Αριθμών	77
2.2. Το Μιγαδικό Επίπεδο	81
2.3. Τριγωνομετρική και Εκθετική Μορφή ενός Μιγαδικού Αριθμού	85
2.4. Δυνάμεις και Ρίζες ενός Μιγαδικού Αριθμού	89
2.5. Λογάριθμος Μιγαδικού Αριθμού	91
2.6. Λυμένες Ασκήσεις	94
2.7. Ασκήσεις	103

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**ΑΚΟΛΟΥΘΙΕΣ**

3.1. Η έννοια της ακολουθίας.....	111
3.2. Όριο μιας ακολουθίας	113
3.3. Πράξεις με όρια.....	119
3.4. Μηδενικές Ακολουθίες. Ακολουθίες που τείνουν στο άπειρο	124
3.5. Μονότονες Ακολουθίες.....	126
3.6. Ο αριθμός e	128
3.7. Κριτήριο Cauchy.....	129
3.8. Υπακολουθίες.....	133

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ**

4.1. Βασικές Έννοιες.....	137
4.1.1. Συνάρτηση, Πεδίο Ορισμού και Σύνολο Τιμών.....	137
4.1.2. Τρόποι παράστασης Συναρτήσεων.	138
4.1.3. Άρτιες και Περιττές Συναρτήσεις.	142
4.1.4. Περιοδικές Συναρτήσεις.....	145
4.1.5. Σύθεση Συναρτήσεων.....	148
4.1.6. Φραγμένες Συναρτήσεις.....	149
4.1.7. Μονότονες Συναρτήσεις.	150
4.1.8. Αντίστροφες Συναρτήσεις.....	155
4.1.9. Μετασχηματισμός των διαγραμμάτων.....	158
4.1.10. Πεπλεγμένες Συναρτήσεις.....	165

4.2. Ταξινόμηση των Συναρτήσεων μιας Μεταβλητής.....	166
4.2.1. Ρητή Ακέραια ή Πολυωνυμική Συνάρτηση.....	166
4.2.2. Ρητή Κλασματική Συνάρτηση.....	166
4.2.3. Άρρητη Συνάρτηση.....	166
4.2.4. Αλγεβρική Συνάρτηση.....	167
4.2.5. Υπερβατική Συνάρτηση.....	167
4.2.6. Στοιχειώδεις Υπερβατικές Συναρτήσεις.....	167
4.3. Διαγράμματα Βασικών Στοιχειωδών Συναρτήσεων.....	168
4.3.1. Η δυναμοσυνάρτηση $y = x^n$, όπου n ακέραιος.....	168
4.3.2. Ριζικά $y = \sqrt[n]{x}$, όπου n είναι ένας φυσικός αριθμός.....	170
4.3.3. Η Εκθετική Συνάρτηση $y = a^x$	174
4.3.4. Η Λογαριθμική Συνάρτηση $y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$	176
4.3.5. Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις.....	176
4.3.6. Αντίστροφες Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις.....	180
4.3.7. Υπερβολικές Συναρτήσεις.....	185
4.3.8. Αντίστροφες Υπερβολικές Συναρτήσεις.....	188
4.4. Ασκήσεις.....	191

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΟΡΙΟ ΜΙΑΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

5.1. Έννοια του ορίου μιας συνάρτησης.....	203
5.1.1. Κριτήριο Cauchy για τα όρια.....	203
5.1.2. Γεωμετρική παράσταση του ορίου σε ένα σημείο.....	204
5.1.3. Ακολουθιακό κριτήριο για τα όρια.....	205
5.1.4. Ορισμοί.....	207
5.1.5. Σημείωση.....	207
5.1.6. Ορισμοί.....	208

5.1.7. Θεωρήματα Ορίων.....	209
5.2. Συνέχεια μιας συνάρτησης σε ένα σημείο.....	214
5.2.1. Ορισμός.....	215
5.2.2. Ιδιότητες των συνεχών συναρτήσεων.....	215
5.2.3. Ορισμός.....	218
5.2.4. Ορισμοί.....	218
5.3. Πλευρικά Όρια.....	219
5.3.1. Ορισμοί.....	219
5.3.2. Μονότονες Συναρτήσεις.....	221
5.3.3. Πλευρική Συνέχεια συναρτήσεων.....	222
5.4. Συνεχείς Συναρτήσεις σε κλειστό διάστημα.....	226
5.4.1. Ορισμός.....	226
5.4.2. Ιδιότητες των συνεχών συναρτήσεων σε κλειστό διάστημα.....	227
5.4.3. Ομαλή Συνέχεια.....	230
5.5. Τάξη μιας Μεταβλητής.....	231
5.5.1. ο μικρό και Ο μεγάλο (Σύμβολα του L'auclan).....	231
5.5.2. Ασυμπτωτική ισότητα.....	233
5.6. Όριο ακολουθίας Μιγαδικών Αριθμών.....	235
5.7. Ασκήσεις.....	237

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ

6.1. Παράγωγος.....	247
6.1.1. Ορισμοί.....	247
6.1.2. Εφαπτομένη Ευθεία μιας Καμπύλης.....	250
6.1.3. Παράγωγος και Συνέχεια Συναρτήσεων.....	254
6.1.4. Βασικοί Κανόνες Παραγωγίσης.....	256

6.2. Διαφορικό μιας Συνάρτησης.....	259
6.3. Παράγωγος Σύνθετης Συνάρτησης.....	263
6.4. Παράγωγος Αντίστροφης Συνάρτησης.....	265
6.4.1. Θεώρημα Παραγωγίσης Αντιστρόφων Συναρτήσεων.....	265
6.4.2. Παράγωγος της $\log_a x$	266
6.4.3. Παράγωγοι των Αντιστρόφων Συναρτήσεων.....	266
6.4.4. Λογαριθμική Παραγωγή.....	267
6.5. Παράγωγοι και Διαφορικά Ανωτέρας Τάξης.....	268
6.5.1. Παράγωγοι Ανωτέρας Τάξης.....	268
6.5.2. Τύπος του Leibniz.....	270
6.5.3. Διαφορικά Ανωτέρας Τάξεως.....	271
6.5.4. Παραγωγή Συναρτήσεων σε Παραμετρική Μορφή.....	272
6.6. Λυμένα Παραδείγματα.....	274
6.7. Ασκήσεις.....	303

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ

7.1. Μονοτονία Συναρτήσεως. Τοπικά Ακρότατα.....	317
7.2. Θεωρήματα Μέσης Τιμής Παραγώγων. Κριτήρια Μονοτονίας Συναρτήσεως. Ικανά Κριτήρια Τοπικών Ακρότατων.....	319
7.3. Τύπος του Taylor. Σειρές Taylor.....	324
7.3.1. Τύπος του Taylor.....	325
7.3.2. Τύπος Taylor των σημαντικότερων βασικών συναρτήσεων.....	327
7.3.3. Σειρές Taylor.....	331
7.4. Κυρτά και Κοίλα. Σημεία Καμπής.....	337

7.5. Απροσδιόριστες Μορφές.....	341
7.6. Ασύμπτωτες μία Καμπύλης.....	344
7.7. Κατά Τμήματα Συνεχείς και Κατά Τμήματα Λείες Συναρτήσεις,	348
7.8. Σχεδιασμός Καμπύλης,	349
7.9. Μελέτη Συναρτήσεων Παραμετρικής Μορφής.....	349
7.10. Λυμένα Παραδείγματα.....	349
7.11. Ασκήσεις,	389

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΑΟΡΙΣΤΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ

8.1. Γενικά.....	403
8.1.1. Ορισμός,	403
8.1.2. Συμβολισμός,	403
8.2. Βασικά Θεωρήματα.....	404
8.3. Κανόνες Ολοκλήρωσεως,	405
8.4. Μέθοδοι Ολοκλήρωσεως,	408
8.4.1. Εισαγωγή νέας Μεταβλητής,	408
8.4.2. Ολοκλήρωση κατά παράγοντες.....	409
8.4.3. Ολοκλήρωση ρητών συναρτήσεων,	410
8.4.4. Ολοκλήρωση άρρητων συναρτήσεων,	416
8.4.5. Ολοκλήρωση τριγωνομετρικών συναρτήσεων,	419
8.4.6. Ολοκλήρωση άρρητων συναρτήσεων με τη χρήση τριγωνομετρικών συναρτήσεων,	423
8.4.7. Διώνυμα ολοκληρώματα.....	424
8.5. Ολοκληρώματα των οποίων η ολοκληρώσιμη συνάρτηση δεν είναι παράγωγος στοιχειώδους συνάρτησης,	426
8.6. Παραδείγματα,	427

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΟΡΙΣΜΕΝΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ

9.1. Βασικές Έννοιες και Ορισμοί.	477
9.1.1. Ολοκληρωτικό Άθροισμα.	477
9.1.2. Το ορισμένο Ολοκλήρωμα.	477
9.1.3. Ολοκληρώσιμες Συναρτήσεις.	481
9.1.4. Παραδείγματα.	481
9.1.5. Ασκήσεις.	493
9.2. Ιδιότητες του Ορισμένου Ολοκληρώματος.	496
9.2.1. 1 ^ο Θεμελιώδες Θεώρημα του Ολοκληρωτικού Λογισμού.	496
9.2.2. 2 ^ο Θεμελιώδες Θεώρημα του Ολοκληρωτικού Λογισμού.	496
9.2.3. Θεώρημα Newton-Leibniz.	496
9.2.4. Παραδείγματα.	497
9.2.5. Ασκήσεις.	509
9.3. Υπολογισμός Ορισμένων Ολοκληρωμάτων.	511
9.3.1. Τύπος Newton-Leibniz.	511
9.3.2. Ολοκλήρωση με αντικατάσταση.	511
9.3.3. Ολοκλήρωση κατά παράγοντες.	512
9.3.4. Παραδείγματα.	512
9.3.5. Ασκήσεις.	514
9.4. Βασικές Κατηγορίες Ολοκληρώσιμων Συναρτήσεων.	515
9.4.1. Ρητές - Κλασματικές Συναρτήσεις.	515
9.4.2. Ορισμένες Άρρητες Συναρτήσεις.	522
9.4.3. Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις.	522
9.4.4. Παραδείγματα.	526
9.5. Γενικά Παραδείγματα.	536

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥ ΟΡΙΣΜΕΝΟΥ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΟΣ

10.1. Υπολογισμός Ορίου Αθροισμάτων	549
10.1.1. Παραδείγματα	549
10.2. Υπολογισμός Μέσης τιμής μιας συνάρτησης.	551
10.2.1 Ορισμοί	551
10.2.2. Παραδείγματα	552
10.3. Υπολογισμός Εμβαδού επιπέδων σχημάτων σε ορθογώνιες συντεταγμένες.....	553
10.3.1. Παραδείγματα	557
10.4. Εμβαδόν επιπέδων σχημάτων σε πολικές συντεταγμένες.....	576
10.5. Υπολογισμός Μήκους τόξου.....	579
10.5.1. Ορισμός.	579
10.5.2. Ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων	580
10.5.3. Παραμετρικές Εξισώσεις.....	581
10.5.4. Μήκος τόξου καμπύλης δεδομένης σε πολικές συντεταγμένες.....	582
10.5.5. Καμπυλότητα μιας καμπύλης.	583
10.5.6. Κύκλος καμπυλότητας.....	585
10.6. Γενικευμένα Ολοκληρώματα.	586
10.6.1. Ολοκληρώματα με άπειρα όρια.	586
10.6.2. Κριτήρια σύγκλισης.....	587
10.6.3. Ολοκληρώματα μη φραγμένων συναρτήσεων.....	590
10.7. Όγκοι και Εμβαδά στερεών εκ περιστροφής.....	593
10.7.1. Όγκος στερεού εκ περιστροφής σε καρτεσιανές συντεταγμένες.....	593
10.7.2. Όγκος στερεού εκ περιστροφής με παραμετρικές εξισώσεις.....	596
10.7.3. Όγκος στερεού εκ περιστροφής σε πολικές συντεταγμένες.	598
10.7.4. Υπολογισμός όγκου στερεού από γνωστές τομές τους.....	599
10.7.5. Εμβαδά εκ Περιστροφής.....	599

10.8. Θεωρήματα Pappus και Guldin.....	603
10.8.1. Ροπές και κέντρα μάζας επιπέδων σχημάτων.....	603
10.8.2. Θεωρήματα Pappus και Guldin	607
10.9. Ασκήσεις.....	608

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΣΕΙΡΕΣ

11.1. Η έννοια της Σειράς.....	613
11.1.1. Πρόταση. Κριτήριο του Cauchy.....	615
11.2. Πράξεις στις Σειρές.....	618
11.2.1. Θεωρήματα.....	618
11.3. Σειρές με μη αρνητικούς αριθμούς.....	622
11.3.1. Κριτήριο Συγκρίσεως για Θετικές Σειρές.....	622
11.3.2. Κριτήριο D' Alembert.....	627
11.3.3. Κριτήριο του Cauchy.....	632
11.3.4. Κριτήριο Ολοκληρώματος Cauchy.....	636
11.3.5. Θεώρημα.....	641
11.3.6. Κριτήριο Raabe-Duhamel.....	642
11.4. Εναλλάσσουσες Σειρές.....	645
11.4.1. Ορισμοί.....	645
11.5. Απόλυτη Σύγκλιση. Σύγκλιση υπό Συνθήκη.....	648
11.6. Σειρές με Μιγαδικούς όρους.....	655
11.7. Γενικά Παραδείγματα.....	658

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12

ΣΕΙΡΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

12.1. Περιοχή συγκλίσεως.....	667
12.2. Ομαλή σύγκλιση.....	670
12.3. Δυναμοσειρές.....	674
12.4. Σειρές Taylor.....	677
12.4.1. Ανάπτυγμα μιας συνάρτησης σε δυναμοσειρά.....	677
12.4.2. Τρόποι Ανάπτυξης σε δυναμοσειρά.....	680
12.5. Εφαρμογές των Δυναμοσειρών.....	683

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

13.1. Ορισμοί.....	687
13.2. Διανυσματική Άλγεβρα.....	688
13.2.1. Ισότητα.....	688
13.2.2. Πρόσθεση.....	689
13.2.3. Βαθμωτός Πολλαπλασιασμός.....	689
13.2.4. Εσωτερικό Γινόμενο.....	689
13.3. Norm και αποστάσεις στο \mathbb{R}^n	690
13.3.1. Απόσταση $d(u,v)$	690
13.3.2. Norm και μήκος $\ u\ $	690
13.3.3. Μοναδιαίο διάνυσμα.....	691
13.3.4. Γωνία δύο διανυσμάτων.....	691
13.3.5. Εφαρμογές.....	691
13.4. Η ευθεία γραμμή.....	695

13.4.1. Ευθεία δύο σημείων.....	695
13.5. Το επίπεδο.....	696
13.5.1. Επίπεδο διερχόμενο από σημείο και από ευθεία κάθετη σε γνωστό διάνυσμα.....	696
13.6. Παραδείγματα.....	697
13.7. Ασκήσεις.....	727

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 14

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟΙ ΧΩΡΟΙ

14.1. Η έννοια του διανυσματικού χώρου.....	729
14.2. Διανυσματικοί Υπόχωροι.....	731
14.3. Γραμμική Θήκη.....	732
14.3.1. Ασκήσεις.....	735
14.4. Γραμμική Εξάρτηση.....	735
14.5. Βάση και διάσταση ενός διανυσματικού χώρου	737
14.6. Αθροισμα Υπόχωρων.....	742
14.7. Γινόμενο Διανυσματικών Χώρων	746
14.8. Ορθογώνια, οθροκανονική βάση.....	746
14.9. Ασκήσεις.....	753

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 15

ΠΙΝΑΚΕΣ. ΟΡΙΖΟΥΣΕΣ. ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

15.1. Βασικές Έννοιες, Ορισμοί.....	757
15.2. Ο διανυσματικός χώρος $M_{k,v}(\Sigma)$	759
15.2.1 Ισότητα στον $M_{k,v}(\Sigma)$	759
15.2.2 Άθροισμα Πινάκων.....	759
15.2.3 Πολλαπλασιασμός Πινάκων με στοιχεία του Σ	760
15.2.4 Γινόμενο Πινάκων.....	760
15.2.5 Τετραγωνικοί Πίνακες $M_v(\Sigma)$	763
15.3. Βαθμός Πίνακα.....	766
15.4. Υποπίνακες.....	770
15.5. Ορίζουσες.....	771
15.5.1. Ορισμοί. Προτάσεις. Θεωρήματα.....	771
15.5.2. Γενικά παραδείγματα.....	779
15.6. Γραμμικά Συστήματα.....	786
15.6.1. Ορισμοί.....	786
15.6.2. Συστήματα Cramer.....	788
15.6.3. Γενικά παραδείγματα.....	791
15.7. Ασκήσεις.....	799

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 16

ΙΔΙΟΤΙΜΕΣ. ΙΔΙΟΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ.

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ.

16.1. Ιδιοτιμές. Ιδιοδιανύσματα.....	811
--------------------------------------	-----

16.1.1 Ορισμοί. Θεωρήματα.....	811
16.2. Χαρακτηριστικά Πολυώνυμα.....	812
16.2.1 Ορισμοί. Θεωρήματα.....	812
16.2.2. Υπολογισμός Ιδιοτιμών.....	814
16.3. Διαγωνιοποίηση.....	815
16.3.1. Ορισμοί. Θεωρήματα.....	815
16.3.2. Εφαρμογές.....	817
16.4. Παραδείγματα.....	813
16.5. Ασκήσεις.....	823

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 17

ΔΙΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΜΟΡΦΕΣ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

17.1. Ορισμοί. Συμβολισμοί.....	825
17.2. Παραδείγματα.....	826
17.3. Πίνακας μιας διγραμμικής μορφής.....	827
17.4. Αλλαγή Βάσης.....	828
17.5. Συμμετρικές Διγραμμικές Μορφές.....	828
17.5.1. Ορισμοί. Προτάσεις.....	828
17.6. Τετραγωνικές Μορφές.....	829
17.6.1. Ορισμοί. Προτάσεις.....	829
17.7. Πραγματικές συμμετρικές διγραμμικές μορφές.....	830
17.7.1. Ορισμοί.....	830
17.7.2. Θεώρημα του Sylvester.....	831
17.8. Ειδικές Μορφές.....	831
17.8.1. Μορφές Hermit.....	831
17.8.2. Ορθογώνιοι Τελεστές.....	831
17.9. Παραδείγματα.....	832

17.10. Κωνικές Τομές.	835
17.10.1. Περί αναλλοίωτων.	835
17.10.2. Μελέτη της δευτεροβάθμιας εξίσωσης: $\alpha_{11}x^2 + 2\alpha_{12}xy + 2\alpha_{13}xz + \alpha_{22}y^2 + 2\alpha_{23}y + \alpha_{33} = 0$	838
17.10.3. Διερεύνηση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης.	840
17.10.4 Παραδείγματα.	842
17.11. Επιφάνεια δευτέρου βαθμού.	846
17.11.1. Αναγωγή στους κύριους άξονες.....	847
17.11.2. Κανονικές εξισώσεις των δευτεροβάθμιων επιφανειών.	849
17.12. Προβλήματα στις δευτεροβάθμιες επιφάνειες.	854
17.12.1. Τομή ευθείας και δευτεροβάθμιας.	854
17.12.2. Κέντρο μιας δευτεροβάθμιας	855
17.12.3. Εφαπτόμενο Επίπεδο μιας δευτεροβαθμίου.	856
17.12.4. Διαμμετρικό Επίπεδο. (Αντ. Συζυγείς διάμετροι)	858
17.12.5. Πόλος και πολικό επίπεδο. (Αντ. Πολική ευθεία)	859
17.12.6. Ριζικό επίπεδο (αντ. Ριζικός άξονας) δύο σφαιρών (αντ. Δύο περιφερειών).....	861
17.13. Ευθειογενείς Επιφάνειες.	861
17.13.1. Κύλινδροι.....	861
17.13.2. Εξίσωση Κυλίνδρου.....	862
17.13.3. Κώνοι.....	862
17.13.4. Εξίσωση Κώνου.....	862
17.14. Επιφάνειες εκ περιστροφής.....	863
17.14.1. Εξίσωση επιφάνειας εκ περιστροφής.....	863
17.15. Παραδείγματα.	864
17.16. Ασκήσεις.	876

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 18

ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΑ ΣΥΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΗ ΜΕΤΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΤΑ ΤΡΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΗΣ

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

18.1. Γενικά.....	881
18.2. Ευκλείδεια Γεωμετρία.....	881
18.2.1. Το σύστημα των Αξιωμάτων.....	882
18.3. Συσχετισμένη Γεωμετρία.....	884
18.3.1. Ομάδα των παράλληλων μεταφορών.....	884
18.3.2. Προσανατολισμένα τμήματα.....	885
18.3.3. Αντιστοιχία (συσχέτιση) σημείων και διανυσμάτων.....	886
18.3.4. Μεταβολή του συστήματος κατά την παράλληλη μεταφορά.....	887
18.4. Μετρική Γεωμετρία.....	887
18.4.1. Γενικά.....	887
18.4.2. Ορισμοί.....	888
18.4.3. Μετρική εξίσωση επιπέδου.....	888
18.4.4. Άλλοι τύποι συστημάτων / συντεταγμένων.....	889
18.5. Προβλήματα της Αναλυτικής Γεωμετρίας.....	893
18.5.1. Εξισώσεις και Τόποι.....	893
18.5.2. Προβλήματα του 1 ^{ου} Είδους.....	893
18.5.3. Προβλήματα του 2 ^{ου} Είδους.....	893
18.5.4. Προβλήματα του 3 ^{ου} Είδους.....	893
18.5.5. Διάφορα προβλήματα.....	894

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 19**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ**

19.1. Ανατοκισμός. Ίσες Καταθέσεις. Χρεωλυσία	897
19.1.1. Ανατοκισμός	897
19.1.2. Ίσες Καταθέσεις.....	899
19.1.3. Χρεωλύσια.....	900
19.2. Συναρτήσεις.....	901
19.3. Παράγωγος.....	907
19.4. Ολοκλήρωμα	920
19.5. Ασκήσεις	929